1 Prise en main du logciel Matlab

Voir en séance
Matlab, Scilab, Octave, R, Python sont possibles mais Matlab est conseillé

2 Etude et manipulation de lois de probabilités

2.1 Loi Binomiale

Soit la loi Binomiale de paramètres (n, p) : $\text{Bin}(x; n, p)$

- pour `x=0:50` (ou de votre choix), représenter graphiquement la loi probabilité pour les trois cas suivants (sur le même graphique) : (n=30, p=0.5), (n=30, p=0.7) et ($n = 50$; $p = 0.4$)
- utiliser la fonction `binopdf` pour le calcul de la loi de probabilité $\text{Bin}(x; n, p)$
- utiliser la commande `legend` pour afficher la légende

2.2 Loi Normale univariée $\mathcal{N}(x; \mu, \sigma^2)$

- pour `x = -4:0.01:7` (ou de votre choix), représenter graphiquement la fonction de densité probabilité pour les trois cas suivants pour (sur le même graphique) : (μ=0, σ=1) (loi centrée réduite), (μ=2, σ=1.5) et (μ=2, σ=0.6)
  utiliser la fonction `normpdf` pour le calcul de la f.d.p $\mathcal{N}(x; \mu, \sigma^2)$
- utiliser la commande `legend` pour afficher la légende

2.3 Loi Normale multivariée $\mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \Sigma)$

Pour commencer, on considère la loi normale centrée réduite dans le cas bidimentionnel (dans le plan : $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$)

Pour calculer la f.d.p pour un échantillon $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ soit par exemple un ensemble de données construit par le quadrillage suivant

```
ngrid=100;
[X1,X2] = meshgrid(linspace(-5,5,ngrid),linspace(-5,5,ngrid));
X1 = X1(:); X2 = X2(:);
X  = [X1 X2];
```

Pour représenter graphiquement la fonction de densité probabilité

1. utiliser la fonction `mvnpdf` pour le calcul de la f.d.p
2. utiliser la commande `reshape` pour remettre `X1`, `X2` et la f.d.p sous les dimensions correspondantes pour ensuite représenter graphiquement la f.d.p en utilisant la fonction `contour` etc (faites `X1=reshape(X1,ngrid,ngrid);` etc)
3. représenter graphiquement les contours de la f.d.p en utilisant la fonction `contour`
4. représenter graphiquement le contour de la f.d.p à un niveau donnée, e.g. 0.02 (en utilisant aussi la fonction `contour`)
5. représenter graphiquement la f.d.p en utilisant la fonction `mesh`
6. représenter graphiquement la f.d.p en utilisant la fonction `surf`

3 Simulation de données à partir d'une loi

3.1 Loi Normale univariée

1. générer un échantillon i.i.d de taille n selon la loi normale centrée réduite (ou en choisissant par vous même les espérance et variance)
   utiliser pour cela soit la fonction `randn` soit la fonction `normrnd`
2. afficher l'histogramme des données générées. Pour cela utiliser la commande `hist` (vous remarquerez que ça a une forme en cloche et donc Gaussienne)
3. représenter graphiquement la vraie densité (qui est Gaussienne) (prenez un support `x=-4:0.1:4;`ou autre de votre choix)

3.2 Loi Normale multivariée

1. générer un échantillon i.i.d de taille $n = 500$ selon la loi normale multivariée centrée réduite. Utiliser pour cela la fonction `mvnrnd`
2. calculer la densité pour chacun des vecteur générés (densité normale multivariée) en utilisant la commande `mvnpdf`
3. représenter graphiquement les données en utilisant par exemple la commande `scatter` ou une superposition de deux `plot` pour chacune des deux composantes des données
4. représenter graphiquement le vecteur espérance (sur le même graphique)
5. représenter graphiquement la densité (sur le même graphique). Pour cela, vous pouvez utiliser cette fonction
6. Pour chacun des deux cas suivants, générer un échantillon i.i.d de taille $n = 500$ selon la loi normale multivariée (utiliser la commande `mvnrnd`) :
   ```
   mu = [-4 1.5];
   sigma = [0.3 0.1;0.1 0.15];
   ```
   et
   ```
   mu = [5 1];
   sigma = [1 -.3;-.3 0.2];
   ```
7. représenter graphiquement les données (sur le même graphique précédent)
8. représenter graphiquement le vecteur espérance (sur le même graphique)
9. représenter graphiquement la densité (sur le même graphique). Pour cela utiliser la fonction `draw_ellipse`

4 Estimation de densité

4.1 Cas de la loi normale

1. Soit la loi normale univariée centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$ ($\mu = 0$ et $\sigma = 1$)
2. pour chacun des trois cas suivants : $n = 20; n = 80; n = 150$:
   (a) générer un échantillon i.i.d de taille n selon $\mathcal{N}(0, 1)$
   (b) calculer les estimations par MV de μ et σ à partir de l'échantillon généré
   (c) pour `x = -4:0.1:4;` (ou de votre choix), calculer la f.d.p théorique et la f.d.p estimée pour `x`
   (d) représenter graphiquement la vraie densité (théorique) et la densité empirique (sur le même graphique)

4.2 Cas de la loi exponentielle

Soit la loi exponentielle de paramètre λ. Prenons $\lambda = 1.5$. Pour chacun des trois cas suivants : $n = 20; n = 80; n = 150$

1. générer un échantillon i.i.d de taille n selon la loi exponentielle de paramètre λ. Utiliser pour cela la fonction `exprnd`
2. calculer l'estimation par MV de λ à partir de l'échantillon généré
3. pour `x = 0:0.1:8;` (ou de votre choix), calculer la f.d.p théorique et la f.d.p estimée pour `x`
4. représenter graphiquement la vraie densité (théorique) et la densité empirique (sur le même graphique)
5. faites varier λ

5 Illustration de la L.G.N

Ce script illustre la loi des grands nombre pour le cas de v.a. uniformes

1. lancez le script
2. conclure
3. utiliser le pour une autre loi (par exemple normale)